DIKTAT

PROGRAM LINIER

(Untuk Mahasiswa Pendidikan Matematika)

Disusun Oleh:

Siti Salamah Br Ginting, M.Pd
NIP. 198707012019032015

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUMATERA UTARA
MEDAN
2021

SURAT REKOMENDASI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Dr. Fibri Rakhmawati, M.Si
NIP.	:	198002112003122014
Pangkat/ Gol.	:	Lektor/ IIId
Unit Kerja	:	Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara

menyatakan bahwa diktat saudara

Nama	:	Siti Salamah Br Ginting, M.Pd
NIP.	:	198707012019032015
Pangkat/ Gol.	:	Asisten Ahli/ IIIb
Unit Kerja	:	Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara
Judul Diktat	:	Program Linier

telah memenuhi syarat sebagai suatu karya ilmiah (Diktat) dalam mata kuliah Program Linier pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Sumatera Utara.

Demikianlah rekomendasi ini diberikan untuk dapat dipergunakan seperlunya.

Medan, 25 Januari 2021

Yang Menyatakan,

Dr. Fibri Rakhmawati, M.Si

NIP. 198002112003122014

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Alhamdulilah, puji syukur kehadirat Allah SWT, dengan rahmat dan izinnya penulisan Diktat Program Linier dapat terlaksana dengan baik. Tujuan pembuatan diktat ini adalah sebagai penunjang dan referensi belajar mata kuliah Program Linier diperuntukan bagi mahasiswa program studi Pendidikan Matematika (PMM).

Diktat ini berisi tentang materi mengenai pengantar program linier, metode grafik, metode simpleks, dan metode big M. Disamping itu, pada diktat ini dilengkapi dengan contoh soal dan pembahasan serta soal-soal latihan. Prasyarat mengikuti mata kuliah Program Linier ini adalah lulus mata kuliah Aljabar Linier.

Penyusunan buku ini tidak lepas dari dorongan semua pihak baik berupa moril maupun materil yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu, terutama pada seluruh keluarga besar Program Studi Pendidikan Matematika.

Demikian, semoga buku ini dapat bermanfaat bagi semua, khususnya mahasiswa program studi Pendidikan Matematika FITK UINSU.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan atas buku ini, oleh sebab itu kritik dan saran terhadap penyempurnaan diktat ini kami harapkan. Penyempurnaan diktat akan dilakukan seiring dengan perkembangan dan respon dari para pemakai utama diktat ini.

Penulis,

Siti Salamah Br Ginting, M.Pd

DAFTAR ISI

BAB I

PENGANTAR PROGRAM LINIER

A. Pengertian Program Linier

Program linier (Linier Programming) merupakan pengembangan lebih lanjut dari konsep-konsep aljabar linier. Model ini dikembangkan oleh George B. Dantzig, seorang matematikawan AS tahun 1947. Benih-benih model ini sesungguhnya sudah ditemukan jauh sebelumnya. Seorang matematisian Rusia bernama L.V. Kontrovich memperkenalkan penerapan program linier dalam bidang produksi tahun 1939. Lebih dari seabad sebelumnya tahun 1928, Fourier asal Perancis juga telah merumuskan masalah program linier. Akan tetapi baru setelah Dantzig mengembangkan dan mempopulerkannya, model ini memperoleh perhatian yang berarti. Dantzig pulalah yang dikenal dunia sebagai "Bapak Program Linier."

Program Linier menggunakan model matematis untuk menjelaskan persoalan yang dihadapinya. Sifat "linier" di sini memberi arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi yang linier (variabel berderajat satu), sedangkan kata 'program" merupakan sinonim untuk perencanaan. Jadi proses penelitian operasional umumnya membentuk suatu model dan kemudian mengembangkan model itu. Model tersebut merupakan suatu sistem yang mana elemenelemennya saling pengaruh-mempengaruhi satu sama lain, misalnya suatu firma, jaringan transport, pertempuran, pengalokasian, antrian dan lain-lain. Dengan demikian, program linier (PL) adalah perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum (maksimum atau minimum), yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternatif yang fisibel (layak).

Kata "linier" berarti bahwa seluruh fungsi persamaan atau pertidaksamaan matematis yang disajikan dari permasalahan ini haruslah bersifat linier, sedangkan kata "program" merupakan sinonim untuk model perencanaan. Jadi, program linier mencakup perencanaan kegiatan-kegiatan untuk mencapai hasil yang optimal, yaitu suatu hasil yang mencerminkan tercapainya sasaran atau tujuan tertentu yang paling baik. Dengan demikian, pemrograman linier merupakan proses penyusunan program linier yang solusinya menjadi dasar bagi pengambilan keputusan terhadap problem riil yang dimodelkan atau diprogramlinierkan. Program linier berkaitan dengan penjelasan suatu dunia nyata sebagai suatu bentuk model matematika yang terdiri atas sebuah fungsi tujuan.[1]

B. Ketentuan Program Linier

Suatu persoalan dikatakan persoalan program linier, bila memenuhi ketentuan-ketentuan sebagai berikut:

1. Tujuan (objektif) persoalan yang akan dicapai harus dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi linear. Fungsi ini disebut fungsi tujuan (*objective function).*
2. Harus ada alternatif pemecahan. Pemecahan yang membuat nilai fungsi tujuan optimum (keuntungan yang maksimum, biaya yang minimum dan sebagainya) yang harus dipilih.
3. Sumber-sumber yang tersedia dalam jumlah yang terbatas (bahan mentah terbatas, ruangan untuk menyimpan barang terbatas dan sebagainya). Pembatasan-pembatasan dari sumber yang tersedia harus dinyatakan dalam bentuk pertidaksamaan linear *(linear inequality).*[2]

Untuk merumuskan suatu masalah ke dalam bentuk model program linier, harus dipenuhi syarat-syarat berikut:[3]

1. Tujuan masalah harus jelas.
2. Harus ada sesuatu atau beberapa alternatif yang ingin dibandingkan.
3. Adanya sumber daya yang terbatas.
4. Bisa dilakukan perumusan kuantitatif.
5. Adanya keterkaitan peubah (variabel).

---

[1] Ulfasari Rafflesia dan Fanani Haryo Widodo, *Pemrograman Linier* (Bengkulu: Badan Penerbitan Fakultas Pertanian UNIB, 2014), hal. 1

[2] Rahmi dan Mulia Suryani, *Buku Ajar Program Linear,* (Yogyakarta: Deepublish, 2012), hal. 33

[3] Abdillah, *Program Linier,* (Sulawesi Selatan: Dua Satu Press, 2013), hal. 9

C. Karakteristik Program Linier

1. Sifat linieritas suatu kasus dapat ditentukan dengan menggunakan beberapa cara. Secara statistik, cara ini dapat diperiksa kelinieran menggunakan grafik (diagram pencar).
2. Sifat proposional dipenuhi jika kontribusi setiap variabel pada fungsi tujuan atau penggunaan sumber daya yang membatasi proposional terhadap level nilai variabel. Jika harga per unit produk misalnya adalah sama berapa pun jumlah yang dibeli, maka sifat proposional dipenuhi. Atau jika pembelian dalam jumlah besar mendapatkan diskon, maka sifat proposional tidak dipenuhi. Jika penggunaan sumber daya per unit tergantung dari jumlah yang diproduksi, maka sifat proposional tidak dipenuhi.
3. Sifat additivitas mengasumsikan bahwa tidak ada bentuk perkalian silang diantara berbagai aktivitas, sehingga tidak dapat ditemukan bentuk perkalian silang pada model. Sifat aditivitas berlaku baik bagi sifat tujuan maupun pembatas (kendala). Sifat aditivitas dipenuhi jika fungsi tujuan merupakan penambahan langsung kontribusi masing-masing variabel keputusan.
4. Sifat divisiabel berarti unit aktivitas dapat dibagi dalam sembarang level fraksional, sehingga nilai variabel keputusan non integer dimungkinkan Sifat kepastian menunjukkan bahwa semua parameter model berupa konstanta. Artinya koefisien fungsi tujuan maupun fungsi pembatas merupakan suatu nilai pasti, bukan merupakan nilai dengan peluang tertentu.

D. Formulasi Model Program Linear

Langkah yang paling menentukan dalam program linier adalah memformulasikan model program linear. Langkah ini mencakup identifikasi hal-hal lain yang terkait dengan tujuan dan batasan yang membatasi tujuan tersebut. Dalam membangun model dari formulasi permasalahan yang ada akan digunakan beberapa unsur yang biasa digunakan dalam penyusunan program linier yaitu perumusan variabel keputusan, fungsi tujuan, fungsi kendala/pembatas, dan batasan variabel.

1. Variabel Keputusan

   Variabel keputusan adalah variabel yang dapat menentukan keputusan-keputusan yang akan dibuat dalam pencapaian solusi optimal. Kesalahan dalam menentukan variabel keputusan akan menyebabkan perusahaan salah dalam mengambil keputusan dan solusi yang dicapai tidak optimal. Untuk itu diperlukan pemahaman yang baik tentang karakteristik masalah rill yang model program linearnya akan disusun. Berdasarkan karakteristiknya, program linear dapat dikategorikan ke dalam beberapa kelas masalah program linear yang secara umum meliputi: proses produksi, penganggaran, program diet, dan sebagainya. Khusus untuk masalah proses produksi, variabel keputusan akan menghantarkan kepada keputusan tentang berapa banyak produk yang akan diproduksi sehingga perusahaan dapat mencapai tujuan yang telah dirumuskan.

2. Fungsi Tujuan

   Fungsi tujuan merupakan fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran dalam permasalahan program linear yang berkaitan dengan pemanfaatan sumber daya secara optimal untuk memperoleh keuntungan maksimum atau untuk penggunaan biaya minimum.

3. Fungsi Kendala/Pembatas

   Fungsi kendala/pembatas merupakan bentuk rumusan terhadap kendala yang dihadapi dalam mencapai tujuan. Kendala tersebut biasanya terkait keterbatasan sumber daya yang terbatas, perusahaan diarahkan untuk dapat mencapai tujuan tersebut baik memaksimumkan laba/ keuntungan atau meminimumkan biaya yang digunakan tanpa harus menambah biaya produksi.

4. Batasan variabel

   Batasan variabel menggambarkan tentang wilayah variabel. Jumlah sumber daya yang tersedia untuk persoalan ini tidak boleh bernilai negatif.[4]

E. Bentuk Umum Program Linier

Pemrograman linear dapat dirumuskan seperti berikut untuk mencari nilai-nilai peubah/variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ yang memaksimumkan atau meminimumkan $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$ dengan kendala:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \ (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2}x_n \ (\leq, =, \geq) b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \ (\leq, =, \geq) b_m \end{array}$$

Dengan syarat peubah/variabel $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$, $c_i, i = 1,2, \dots, n$, $a_{ij}, i = 1,2, \dots, m$, $j = 1,2, \dots, n$ adalah konstanta. Penentuan kendala dilakukan dengan memilih satu di antara tiga tanda $\leq$ (kurang atau sama dengan), $=$ (sama dengan), $\geq$ (lebih atau sama dengan). Perumusan di atas dapat ditulis lebih ringkas sebagai berikut:

Mencari $x_j, j = 1,2, \dots, n$ yang memaksimalkan atau meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Sedemikian hingga

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (\leq, =, \geq) b_i$$

$$, i = 1,2, \dots, m$$

Dengan syarat $x_j \geq 0, j = 1,2, \dots, n$. Karena persoalan pemrograman linear merupakan masalah alokasi sumber daya, maka perumusan di atas dapat diinterpretasikan bahwa jika $(b_1, b_2, \dots, b_m)$ adalah jumlah sumber daya ke-i

[4] Ulfasari Rafflesia dan Fanani Haryo Widodo, *op. cit*, hal. 2-4

yang harus dialokasikan pada setiap kegiatan/aktivitas ke-j. Sumbangan laba dari setiap kegiatan ke-j dinyatakan oleh konstanta $c_j, j = 1,2, \ldots, n$.[5]

Keterangan simbol-simbol yang digunakan sebagai berikut:

$x_j =$ banyaknya kegiatan j (j = 1, 2, ..., n). Variabel x_j ini disebut juga dengan variabel keputusan *(decision variables).*

Z = nilai fungsi tujuan dioptimalkan (maksimum atau minimum).

$c_j =$ kenaikan nilai Z apabila ada penambahan tingkat kegiatan (x_j) dengan satuan (unit) atau merupakan keuntungan per unit (masalah maksimasi), biaya per unit (masalah minimasi) kegiatan j terhadap nilai Z.

$a_{ij} =$ banyaknya sumber I yang diperlukan guna menghasilkan setiap unit output kegiatan j (i = 1, 2, ..., m dan j = 1, 2, ..., n)

$b_i =$ banyaknya sumber (fasilitas) i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan (i = 1, 2, ..., m)

Keseluruhan simbol-simbol di atas selanjutnya disusun ke dalam bentuk tabel standar program linier, seperti pada tabel di bawah ini:

Sumber	Kegiatan pemakaian sumber daya per unit					Kapasitas Sumber
	1	2	3	...	n	
1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}	b_2
.	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
M	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	...	a_{mn}	b_m
ΔZ per unit Banyak kegiatan	C_1 X_1	C_2 X_2	C_3 X_3	... ...	C_n X_n	

5 Muhammad Arif Tiro, *Pengenalan Manajemen Sains,* (Makassar: Andira Fublihser, 2004), hal. 24

Berdasarkan tabel tersebut bisa diuraikan model matematikanya berupa fungsi tujuan dan fungsi kendala seperti yang telah dijabarkan sebelumnya.[6]

F. Contoh Soal dan Pembahasan

1. Sebuah perusahaan yang memproduksi dua jenis mainan anak yang terbuat dari kayu yang berupa boneka dan kereta api, dengan harga Rp31.000/lusin yang setiap lusinnya memerlukan biaya bahan (material) sebesar Rp 11.000 serta biaya (upah) tenaga kerja sebesar Rp 15.000. Kereta api yang dijual seharga Rp 22.000/lusin memerlukan biaya material sebesar Rp10.000 dan biaya tenaga kerja Rp11.000. Untuk membuat boneka dan kereta api ini diperlukan dua kelompok tenaga kerja, yaitu tukang kayu dan tukang poles. Setiap lusin boneka memerlukan waktu 2,5 jam untuk pemolesan dan 1,2 jam untuk pengerjaan kayu, sedangkan setiap lusin kereta api memerlukan 1,2 jam waktu pemolesan dan 1,5 jam pekerjaan kayu. Diharapkan setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari pengamatan pasar selama ini dapat dikatakan bahwa kebutuhan akan kereta api tidak terbatas, tetapi untuk boneka tidak lebih dari 42 lusin yang terjual setiap minggunya. Bagaimanakah formulasi dari persoalan di atas untuk mengetahui berapa lusin jenis mainan masing-masing yang harus dibuat setiap minggu agar diperoleh keuntungan yang maksimum?

   Penyelesaian:

   a. Variabel Keputusan

      Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat. Dalam persoalan ini, variabel

[6] Astuti Meflinda dan Mahyarni, Operation Research (Riset Operasi), (Pekanbaru: Unpri Press, 2011), hal. 12-13

keputusan akan menentukan berapa banyak boneka dan kereta api masing-masing harus dibuat setiap minggu.

Misalkan:

x_1 = banyaknya boneka yang dibuat setiap minggu

x_2 = banyaknya kereta api yang dibuat setiap minggu

b. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi dari variable keputusan yang akan di maksimumkan (untuk pendapatan atau keuntungan) atau di minimumkan (untuk ongkos atau biaya). Pada persoalan ini akan di maksimumkan (pendapatan perminggu) – (ongkos material per minggu) – (ongkos tenaga kerja per minggu). Pendapatan dan ongkos-ongkos ini dapat diekspresikan dengan menggunakan variabel keputusan x_1 dan x_2 sebagai berikut:

Pendapatan/minggu = $31x_1 + 22x_2$

Ongkos material/minggu = $11x_1 + 10x_2$

Ongkos tenaga kerja/minggu = $15x_1 + 11x_2$

Jadi, problema yang akan dimaksimalkan adalah:

$(31x_1 + 22x_2)$ – $(11x_1 + 10x_2)$ – $(15x_1 + 11x_2)$ = $5x_1 + x_2$

Untuk menyatakan nilai fungsi tujuan akan digunakan variabel Z dan dapat ditulis:

Maksimumkan Z = $5x_1 + x_2$

c. Fungsi Pembatas/Kendala

Pembatas merupakan kendala yang dihadapi, sehingga kita tidak bisa menentukan harga-harga variable keputusan secara sembarang. Pada contoh di atas ada 3 pembatas yang dihadapi yaitu:

Pembatas 1 : Setiap minggu tidak lebih dari 100 jam waktu pemolesan yang dapat digunakan.

Pembatas 2 : Setiap minggu tidak lebih dari 80 jam waktu pengerjaan kayu yang dapat digunakan.

Pembatas 3 : Karena permintaan yang tebatas, maka tidak lebih dari 42 lusin boneka yang dapat dibuat setiap minggu. Jumlah material yang dapat digunakan diasumsikan tidak terbatas sehingga tidak ada pembatas untuk hal ini.

Dengan menggunakan simbol matematika dapat ditulis:

Pembatas 1 : $2{,}5\ x_1 + 1{,}2\ x_2 \leq 100$

Pembatas 2 : $1{,}2\ x_1 + 1{,}5\ x_2 \leq 80$

Pembatas 3 : $x_1 \leq 42$

d. Pembatas Tanda

Pembatas tanda adalah yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga nonnegatif atau variabel keputusan boleh berharga positif, boleh juga negatif. Pada contoh di atas kedua variabel keputusan harus berharga nonnegatif, sehingga harus dinyatakan bahwa:

$x_1 \geq 0$ dan $x_2 \geq 0$

Dengan demikian, formulasi lengkap dari persoalan contoh di atas adalah:

Fungsi Tujuan:

Maksimumkan Z = $5x_1 + x_2$

Fungsi Kendala:

$2{,}5\ x_1 + 1{,}2\ x_2 \leq 100$

$1{,}2\ x_1 + 1{,}5\ x_2 \leq 80$

$x_1 \leq 42$

$x_1 \geq 0$ dan $x_2 \geq 0$

2. PT Cipta Kreasi adalah penghasil kerajinan tangan berupa jam dinding dengan bentuk apel dan jeruk. Jam dinding dibuat menggunakan tanah liat. Proses pembuatan sebuah jam dinding bentuk apel memerlukan 1,5 kg tanah liat dengan pengerjaan selama 4 jam dan sebuah jam dinding bentuk jeruk memerlukan 1 kg tanah liat dengan pengerjaan selama 3 jam. Persediaan tanah liat yang dimiliki perusahaan sebanyak 25 kg dengan keseluruhan jam kerja 70 jam. Harga untuk tiap unit jam dinding bentuk apel Rp55.000 dan tiap

unit jam dinding bentuk jeruk Rp45.000. Buatlah model matematika dari persoalan ini!

Penyelesaian:

Persoalan tersebut dapat disederhanakan dalam bentuk tabel berikut:

Produk	Jam dinding bentuk apel	Jam dinding bentuk jeruk	Kapasitas
Jam kerja per unit produk	4 jam	3 jam	70 jam
Kebutuhan tanah liat per unit produk	1,5 kg	1 kg	25 kg
Harga per unit produk	Rp55.000	Rp45.000	

Misalkan:

x_1 = banyak jam dinding bentuk apel

x_2 = banyak jam dinding bentuk jeruk

Model matematikanya:

Fungsi Tujuan:

Maksimumkan $Z = 55.000x_1 + 45.000x_2$

Fungsi Kendala:

Pekerja : $4x_1 + 3x_2 \leq 70$

Persediaan tanah liat : $1{,}5x_1 + x_2 \leq 25$

Variabel batas:

Syarat non negatif : $x_1, x_2 \geq 0$

3. Cahaya Furniture adalah perusahaan furniture produsen meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah Rp48.000 dan keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah Rp37.000. Proses pembuatan meja dan kursi dilakukan melalui proses perakitan dan pengecatan Proses pembuatan satu unit meja memerlukan 5 jam kerja untuk perakitan dan 1 jam kerja untuk pengecatan dan proses pembuatan satu unit kursi memerlukan 3,5 jam kerja untuk perakitan dan 0,5 jam kerja untuk pengecatan. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk proses pembuatan meja dan kursi adalah 72 jam kerja untuk

perakitan dan 24 jam kerja untuk pengecatan. Buatlah model matematika dari persoalan di atas!

Penyelesaian:

Persoalan tersebut dapat disederhanakan dalam bentuk tabel berikut:

Produk	Meja	Kursi	Kapasitas jam kerja
Perakitan	5 jam	3,5 jam	72 jam
Pengecatan	1 jam	0,5 jam	24 jam
Laba per unit	Rp48.000	Rp37.000	

Misalkan:

$x_1 =$ banyak meja

$x_2 =$ banyak kursi

Model matematikanya:

Fungsi Tujuan:

Maksimumkan $Z = 48.000x_1 + 37.000x_2$

Fungsi Kendala:

Perakitan : $5x_1 + 3{,}5x_2 \leq 72$

Pengecatan : $x_1 + 0{,}5x_2 \leq 24$

Variabel batas:

Syarat non negatif : $x_1, x_2 \geq 0$

4. Perusahaan baju SABARU membuat dua motif baju. Motif pertama merk A dengan motif buah dan motif kedua merk B dengan motif bunga. Untuk membuat baju-baju itu, perusahaan memiliki tiga macam mesin. Mesin satu khusus membuat sablon buah, mesin 2 khusus membuat sablon bunga, dan mesin 3 khusus membuat sablon tulisan SABARU. Setiap lusin baju merk A mula-mula dikerjakan mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan mesin 3 selama 1,5 jam. Sedangkan untuk baju merk B tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 4 jam, kemudian di mesin 3 selama 1 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1 = 8 jam, mesin 2 = 20 jam, dan mesin 3 = 15 jam. Laba untuk setiap lusin baju merk A =

Rp40.000, sedangkan untuk setiap lusin baju merk B Rp45.000. Buatlah model matematika dari persoalan di atas!

Penyelesaian:

Persoalan tersebut dapat disederhanakan dalam tabel berikut:

Mesin	Baju merk		Kapasitas mesin
	A	B	
1	2 jam	0	8 jam
2	0	4 jam	20 jam
3	1,5 jam	1 jam	15 jam
Laba	Rp40.000	Rp45.000	

Misalkan:

$x_1 =$ baju merk A

$x_2 =$ baju merk B

Model matematikanya:

Fungsi Tujuan

Maksimumkan $Z = 40.000x_1 + 35.000x_2$

Fungsi Kendala

Mesin 1 : $2x_1 \leq 8$

Mesin 2 : $4x_2 \leq 20$

Mesin 3 : $1{,}5x_1 + x_2 \leq 15$

Variabel batas

Syarat non negatif : $x_1, x_2 \geq 0$

G. Latihan Soal Bab I

1. Seorang pembuat kue mempunyai 4 kg gula dan 9 kg tepung. Untuk membuat sebuah kue jenis A dibutuhkan 20 gram gula dan 60 gram tepung, sedangkan untuk membuat sebuah kue jenis B dibutuhkan 20 gram gula dan 40 gram tepung. Jika kue A dijual dengan harga Rp4.000/ buah dan kue B dijual dengan harga Rp3.000/ buah. Buatlah model matematika dari persoalan di atas!
2. Pabrik Aneka Rasa adalah sebuah pabrik roti yang memproduksi dua jenis roti, yaitu roti isi kelapa dan roti isi pisang. Pembuatan roti isi kelapa memerlukan 8 gram terigu dan 7 gram mentega, sedangkan

untuk roti isi pisang memerlukan 6 gram terigu dan 7 gram mentega. Keuntungan roti isi kelapa Rp150 per buah dan roti isi pisang Rp125 per buah. Bahan yang tersedia adalah 240 gram terigu dan 250 gram mentega. Buatlah model matematika dari persoalan di atas!

3. Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis barang A dan B. setiap barang menggunakan tiga macam bahan, yaitu bahan 1, bahan 2, dan bahan 3. Pembuatan satu barang A membutuhkan 6 unit bahan 1, 3 unit bahan 2, dan 8 unit bahan 3. Pembuatan barang B membutuhkan 4 unit bahan 1, 7 unit bahan 2, dan 3 unit bahan 3. Biaya pembuatan satu barang A sebesar Rp5.000 per unit dan barang B Rp6.000 per unit. Perusahaan tersebut harus menghabiskan bahan-bahan paling sedikit 80 unit bahan 1, 65 unit bahan 2, dan 75 unit bahan 3 per hari. Buatlah model matematika dari persoalan di atas!
4. Seorang petani sedang membeli pupuk yang mengandung tiga nutrien A, B, dan C. kebutuhan minimum adalah 170 satuan A, 210 satuan B, dan 90 satuan C. Ada dua merk pupuk terkenal yang tersedia di pasar. Pertama merk Subur Jaya dengan harga Rp5.000 per kantong mengandung 4 satuan A, 6 satuan B, dan 2 satuan C. Kedua merk Subur Selalu dengan harga Rp4.000 per kantong, mengandung 3 satuan bahan A, 3 satuan bahan B, dan 3 satuan bahan C. Jika petani ingin meminimalkan biaya dan kebutuhan nutriennya tetap terjaga. Maka, buatlah model matematika dari persoalan di atas!
5. Gagah Furniture merupakan suatu perusahaan yang memproduksi mebel dari kayu. Bahan baku utama yang digunakan berupa kayu jati dan kayu kamper. Untuk mendapatkan hasil yang baik, perusahaan ini menggunakan sebuah mesin multiguna yang dikendalikan komputer. Karena persaingan yang semakin tajam, manajemen perusahaan bermaksud meningkatkan efisiensi penggunaan sumber daya produksinya sehingga dapat mencapau hasil optimal. Jumlah kebutuhan bahan baku dan waktu mesin yang diperlukan untuk membuat setiap unit mebel (meja dan kursi) serta kapasitas yang tersedia sebagai berikut:

Sumber daya	Model A	Model B	Kapasitas
Kayu kamper (unit)	5	3	130
Kayu jati (unit)	3	3	110
Mesin (jam)	2	4	100

Apabila keuntungan yang diperoleh untuk satu unit model A adalah Rp300.000 dan satu unit model B adalah Rp250.000. Buatlah model matematika dari persoalan ini!

6. Seorang anak diharuskan meminum dua jenis obat setiap hari. Obat jenis I mengandung 5 unit vitamin A dan 3 unit vitamin B. Sedangkan obat jenis II mengandung 10 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam satu hari anak itu memerlukan 20 unit vitamin A dan 5 unit vitamin B. Jika harga obat jenis I Rp400 dan obat jenis II Rp800 per biji. Susunlah model matematika dan fungsi sasaran agar pengeluaran sekecil mungkin!
7. Seorang ahli pertanian ingin mencampur dua jenis pupuk dengan memberikan 15g kalium karbonat, 20g nitrat dan 24g fosfat seminimal mungkin pada suatu takaran. Satu takaran pupuk merek I yang harganya Rp75.000 per bungkus memerlukan 3g kalium karbonat, 1g nitrat dan 1g fosfat. Pupuk merek II yang harganya Rp60.000 per bungkus memerlukan 1g kalium karbonat, 5g nitrat dan 2g fosfat. Susunlah model matematika dan fungsi sasaran agar pengeluaran sekecil mungkin!

BAB II
METODE GRAFIK

A. Pengertian Metode Grafik

Metode grafik merupakan suatu metode yang digunakan untuk memecahkan persoalan program linear dengan dua variabel. Sedangkan untuk tiga variabel atau lebih dapat digunakan dengan menggunakan metode simpleks. Dengan metode grafik ini diperoleh beberapa aspek penting dari model program linear dapat dengan mudah digambarkan. Tujuan dari pembahasan pemecahan masalah model program linear dengan metode grafik adalah untuk mengetahui hubungan-hubungan kendala dalam program linear.

Pencarian solusi dicari dengan menggambarkan grafik tiap fungsi yang menjadi pembatas masalah. Dari penggambaran ini diperoleh solusi yang selanjutnya ditentukan titik solusi yang paling optimal dengan menggunakan persamaan garis fungsi tujuan yang digeser-geserkan sedemikian rupa pada daerah solusi.[7]

B. Permasalahan dalam Metode Grafik

Dalam program linear metode grafik sering dijumpai permasalahan secara teknis, sebagai berikut:

1. *Infeasbility,* yaitu sebuah situasi yang terjadi dimana tidak terdapat daerah layak solusi yang sesuai atau memenuhi semua kendala sumber daya yang ada di sistem persamaan linear.
2. *Unboundedness,* merupakan permasalahan yang biasanya terjadi saat daerah layak yang ditemukan sangat luas dan tidak terbatas.
3. *Redundancy,* yaitu kondisi penyelesaian untuk mencari nilai optimal dari sebuah masalah program linear yang prosesnya berulang tanpa hasil perbaikan nilai optimal yang signifikan.

---

[7] Didi Piananda, *Optimasi Perencanaan Produksi Pada Kombinasi Produk Dengan Metode Linear Programming,* (Sukabumi: CV Jejak, 2018), hal. 45

4. *Alternative Optimal,* yaitu merupakan situasi yang terjadi pada program linear dimana ada solusi optimal yang berjumlah lebih dari satu titik.[8]

C. Langkah-Langkah Penyelesaian Metode Grafik

Adapun langkah-langkah menggunakan metode grafik yaitu:

1. Tentukan variabel keputusan.
2. Tentukan fungsi tujuan:
   Maksimumkan atau minimumkan $Z = c_1x_1 + \cdots + c_rx_r$
3. Tentukan fungsi kendala/ batasan:
   a. $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1r}x_r \leq b_1$
   b. $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2r}x_r = b_2$
   c. $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mr}x_r \leq b_m$
4. Tentukan variabel batasan:
   $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_r \geq 0$
5. Buatlah grafik
   Pada setiap pertidaksamaan tentukan nilai x_2 jika $x_1 = 0$ begitu juga bila $x_2 = 0$ tentukan nilai x_1. Kemudian buatlah garis lurus sesuai dengan titik koordinat yang diperoleh. Lalu arsirlah daerah yang memenuhi criteria fungsi kendala.
6. Tentukan titik-titik pojok dari grafik dan substitusikan ke dalam fungsi tujuan.
7. Tentukan solusi optimum
   Teknik optimasi merupakan teknik pengalokasian sumber daya, baik bahan baku, waktu, tenaga kerja maupun uang, tergantung dari kondisi yang diinginkan. Dengan menggunakan teknik ini, maka sumber daya terbatas yang dimiliki dapat terproses dengan baik dan mendapatkan hasil yang optimal.[9]

---

[8] Ilyas Masudin dkk, *Linear Programming Dengan R (Aplikasi Untuk Teknik Industri),* (Malang: UMM Press, 2018), hal. 53

[9] Dedy Hartama dkk, Riset Operator: Optimalisasi Produksi Menggunakan Metode Simpleks & Metode Grafik, (Medan: Yayasan Kita Menulis, 2020), hal. 12

D. Contoh Soal dan Pembahasan

1. Sebuah perusahaan sepatu ICEA membuat dua model sepatu. Model sepatu pertama merk A dengan sol karet dan model sepatu kedua merk B dengan sol kulit. Untuk membuat sepatu-sepatu itu, perusahaan memiliki tiga macam mesin. Mesin 1 khusus membuat sol dari karet, mesin 2 khusus membuat sol dari kulit dan mesin 3 membuat bagian atas sepatu dan melakukan assembling bagian atas dengan sol. Adapun untuk pengerjaan sepatu merk A dan B pada mesin 1, 2 dan 3 telah disusun dalam tabel berikut:

Mesin	Merk A (lusin)	Merk B (lusin)	Kapasitas
1	2 jam	0 jam	8 jam
2	0 jam	3 jam	15 jam
3	6 jam	5 jam	30 jam
Laba	Rp30.000	Rp50.000	

Berapa lusin sebaiknya sepatu merk A dan merk B yang diproduksi agar mendapatkan laba yang maksimum!

Penyelesaian:

a. Variabel keputusan dari permasalahan tersebut adalah

Misalkan :

x_1 = banyak sepatu Merk A

x_2 = banyak sepatu Merk B

b. Fungsi Tujuan : Maksimumkan $Z = 30.000x_1 + 50.000x_2$

c. Fungsi kendala/ batasan:

- $2x_1 \leq 8$
- $3x_2 \leq 15$
- $6x_1 + 5x_2 \leq 30$

d. Batasan non negative: $x_1, x_2 \geq 0$

e. Membuat grafik

Menentukan garis-garis fungsi kendala dengan mengubah fungsi kendala menjadi persamaan:

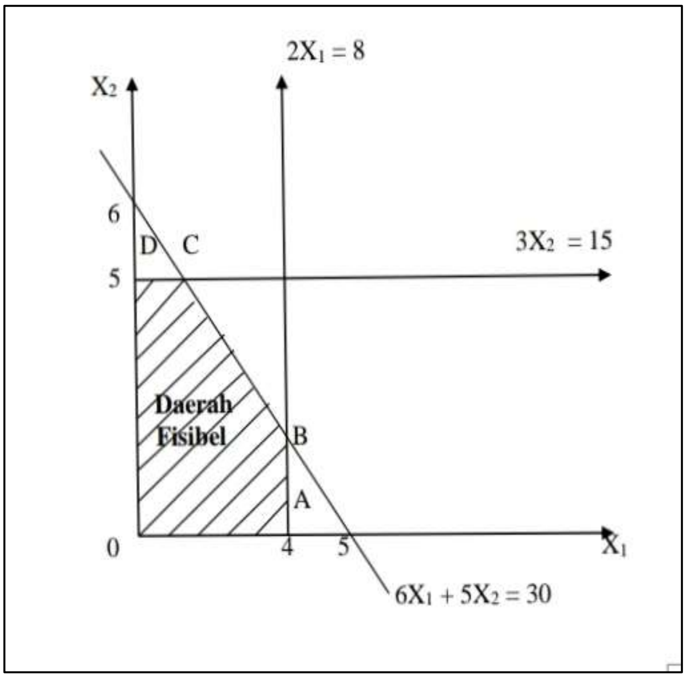
- $2x_1 \leq 8$
  $2x_1 = 8 \rightarrow x_1 = 4$
- $3x_2 \leq 15$
  $3x_2 = 15 \rightarrow x_2 = 5$
- $6x_1 + 5x_2 \leq 30$
  $6x_1 + 5x_2 = 30$
  Bila $x_1 = 0$, maka $x_2 = {}^{30}/_{5} = 6 \rightarrow (0, 6)$
  Bila $x_2 = 0$, maka $x_1 = {}^{30}/_{6} = 5 \rightarrow (5, 0)$

Melakukan uji titik pada masing-masing garis fungsi kendala untuk menentukan daerah penyelesaian.

Jika titik (0,0) disubstitusikan pada masing-masing pertidaksamaan:

- $2x_1 \leq 8 \rightarrow 2.0 \leq 8$ (Benar), maka arah penyelesaian ke titik (0,0)
- $3x_2 \leq 15 \rightarrow 3.0 \leq 15$ (Benar), maka arah penyelesaian ke titik (0,0)
- $6x_1 + 5x_2 \leq 30 \rightarrow 6.0 + 5.0 \leq 30$ (Benar), maka arah penyelesaian ke titik (0,0)

Maka grafiknya:



f. Menentukan titik-titik pojok dari grafik dan substitusikan ke dalam fungsi tujuan.

Titik pojok daerah penyelesaian dari grafik di atas diperoleh titik A, B, C, dan D. Titik A dan D sudah diperoleh, sedangkan titik B dan C merupakan hasil perpotongan antara dua garis, jadi harus ditentukan terlebih dahulu titik potongnya.

Dengan cara substitusi akan ditentukan titik B dan C:

Titik B : Perpotongan garis $2x_1 = 8$ dan $6x_1 + 5x_2 = 30$

$2x_1 = 8 \rightarrow x_1 = 4$, disubstitusikan ke $6x_1 + 5x_2 = 30$

$6x_1 + 5x_2 = 30$

$6.4 + 5x_2 = 30$

$24 + 5x_2 = 30$

$5x_2 = 30 - 24$

$5x_2 = 6$

$x_2 = 6/5$, diperoleh titik B (4 , 6/5)

Titik C : Perpotongan garis $3x_2 = 15$ dan $6x_1 + 5x_2 = 30$

$3x_2 = 15 \rightarrow x_2 = 5$, disubstitusikan ke $6x_1 + 5x_2 = 30$

$6x_1 + 5.5 = 30$

$6x_1 + 25 = 30$

$6x_1 = 30 - 25$

$6x_1 = 5$

$x_1 = 5/6$, diperoleh titik C (5/6 , 5)

Masing-masing titik pojok disubstitusikan ke dalam fungsi tujuan:

Titik Pojok	Fungsi Objektif $Z\ maks = 30.000x_1 + 50.000x_2$
A (4, 0)	$30.000(4) + 50.000(0) = 120.000$
B $(4, {}^{6}/_{5})$	$30.000(4) + 50.000\left({}^{6}/_{5}\right) = 180.000$
C $({}^{5}/_{6}, 5)$	$30.000\left({}^{5}/_{6}\right) + 50.000(5) = 275.000$
D (0, 5)	$30.000(0) + 50.000(5) = 250.000$

Jadi kombinasi produk optimum adalah memproduksi sepatu merk A sebanyak ${}^{5}/_{6}$ lusin dan sepatu merk B sebanyak 5 lusin dengan laba maksimum Rp275.000.

2. Perusahaan SUMSANG memproduksi 2 jenis telepon genggam, yaitu tipe A dan B. Untuk dapat meraih konsumen berpenghasilan tinggi, perusahaan ini memutuskan untuk melakukan promosi dalam 2 macam acara radio, yaitu acara talkshow dan acara musik. Promosi pada acara talkshow akan didengarkan oleh 7 juta pendengar wanita dan 2 juta pendengar laki-laki. Promosi pada acara musik akan disaksikan oleh 2 juta pendengar wanita dan 12 juta pendengar laki-laki. Biaya promosi pada acara talkshow adalah 5 juta per menit, sedangkan pada acara musik biayanya 10 juta per menit. Jika perusahaan menginginkan promosinya didengarkan sedikitnya 28 juta pendengar wanita dan 24 juta pendengar laki-laki, bagaimanakah promosi sebaiknya?

Penyelesaian:

Data perusahaan SUMSANG dapat dibuat dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Pendengar	Jenis Acara Promosi		Jumlah Pendengar
	Talkshow	Musik	
Wanita	7 juta	2 juta	28 juta
Laki-laki	2 juta	12 juta	24 juta
Biaya Promosi	5 juta	10 juta	

Misalkan: :

x_1 = lama acara talkshow

x_2 = lama acara musik

Fungsi Tujuan: Minimumkan $Z = 5x_1 + 10x_2$

Fungsi Pembatas:

- $7x_1 + 2x_2 \geq 28$
- $2x_1 + 12x_2 \geq 24$

Batasan non negative: $x_1, x_2 \geq 0$

Menentukan garis dan daerah penyelesaian:

- $7x_1 + 2x_2 = 28$

  Bila $x_1 = 0$, maka $x_2 = {}^{28}/_{2} = 14 \rightarrow (0, 14)$

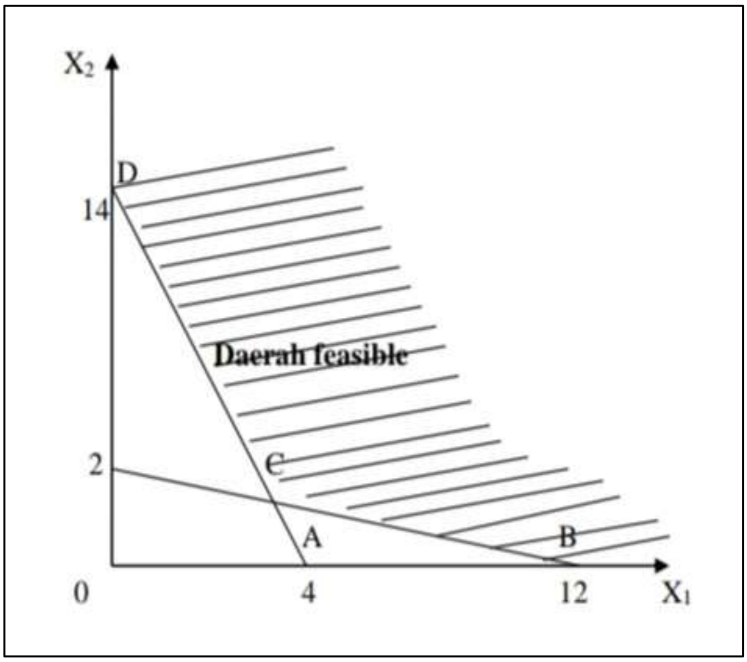
  Bila $x_2 = 0$, maka $x_1 = {}^{28}/_{7} = 4 \rightarrow (4, 0)$

- $2x_1 + 12x_2 = 24$

  Bila $x_1 = 0$, maka $x_2 = {}^{24}/_{12} = 2 \rightarrow (0, 2)$

  Bila $x_2 = 0$, maka $x_1 = {}^{24}/_{2} = 12 \rightarrow (12, 0)$

Maka grafiknya:



Mencari koordinat titik C dengan cara eliminasi dan substitusi:

$7x_1 + 2x_2 = 28 \quad (\times 6)$

$2x_1 + 12x_2 = 24 \quad (\times 1)$

$42x_1 + 12x_2 = 168$

$2x_1 + 12x_2 = 24 \quad (-)$

$40x_1 = 144$

$x_1 = 3{,}6$

$7(3{,}6) + 2x_2 = 28$

$2x_2 = 2{,}8$

$x_2 = 1{,}4$

Diperoleh titik C ((3,6) , (1,4))

Titik Pojok	Fungsi Objektif $Zmin = 5x_1 + 10x_2$
A (12,0)	$5(12) + 10(0) = 60$
B (0,14)	$5(0) + 10(14) = 140$
C ((3,6) , (1,4))	$5(3{,}6) + 10(1{,}4) = 32$

Jadi kombinasi promosi yang optimum adalah promosi di acara talkshow 3,6 menit dan acara musik 1,4 menit dengan total biaya 32 juta.

3. Perusahaan ADADIS memproduksi 2 macam produk yaitu sepatu dan sandal. Untuk membuat produk tersebut perusahaan mempunyai 3 macam alat, yaitu alat 1 digunakan untuk menjahit bagian atas sepatu, alat 2 digunakan untuk menjahit bagian atas sandal, dan alat 3 digunakan untuk membuat sol untuk sepatu dan sandal. Adapun untuk penggunaan tiap alat telah dimuat dalam tabel berikut:

Alat	Sepatu	Sandal	Kapasitas
1	4 jam	0 jam	16 jam
2	0 jam	5 jam	30 jam
3	4 jam	3 jam	24 jam
Laba	Rp5.000	Rp4.000	

Tentukan kombinasi produk yang optimal untuk mendapatkan laba yang maksimum!

Penyelesaian:

Misalkan :

x_1 = banyak sepatu

x_2 = banyak sandal

Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 5000x_1 + 4000x_2$

Fungsi Pembatas:

- $4x_1 \leq 16$
- $5x_2 \leq 30$
- $4x_1 + 3x_2 \leq 24$

Batasan non negative: $x_1, x_2 \geq 0$

Menentukan garis fungsi kendala:

- $4x_1 \leq 16$

  $4x_1 = 16 \rightarrow x_1 = 4$
- $5x_2 \leq 30$

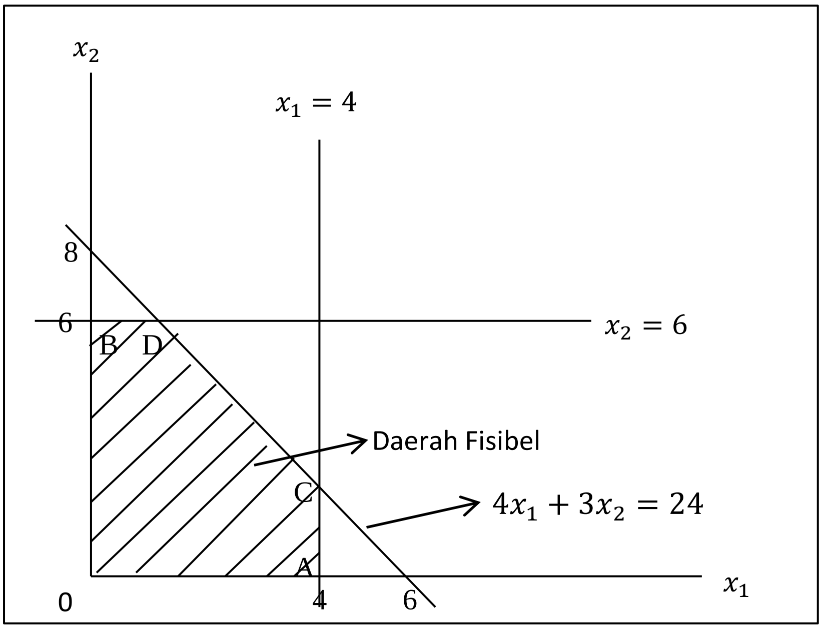
  $5x_2 = 30 \rightarrow x_2 = 6$
- $4x_1 + 3x_2 \leq 24$

  $4x_1 + 3x_2 = 24$

  Bila $x_1 = 0$, maka $x_2 = {}^{24}/_{3} = 8 \rightarrow (0, 8)$

Bila $x_2 = 0$, maka $x_1 = {}^{24}/_{4} = 6 \rightarrow (6, 0)$

Maka grafiknya:



Menentukan koordinat titik C dan D.

Titik C : Perpotongan garis $4x_1 = 16$ dan $4x_1 + 3x_2 = 24$

$4x_1 = 16 \rightarrow x_1 = 4$, disubstitusikan ke $4x_1 + 3x_2 = 24$

$4x_1 + 3x_2 = 24$

$4.4 + 3x_2 = 24$

$16 + 3x_2 = 24$

$3x_2 = 8$

$x_2 = 8/3$, diperoleh titik C $(4 , 8/3)$

Titik D : Perpotongan garis $5x_2 = 30$ dan $4x_1 + 3x_2 = 24$

$5x_2 = 30 \rightarrow x_2 = 6$, disubstitusikan ke $4x_1 + 3x_2 = 24$

$4x_1 + 3.6 = 24$

$4x_1 + 18 = 24$

$4x_1 = 24 - 18$

$4x_1 = 6$

$x_1 = 3/2$, diperoleh titik D $(3/2 , 6)$

Titik Pojok	Fungsi Objektif $Zmaks = 5000x_1 + 4000x_2$
A (4,0)	$5000(4) + 4000(0) = 20.000$
B (0, 6)	$5000(0) + 4000(6) = 24.000$

C (4,8/3)	$5000(4) + 4000(8/3) = 30.667$
D (3/2, 6)	$5000(3/2) + 4000(6) = 31.500$

Jadi kombinasi produk optimum adalah memproduksi sepatu sebanyak 3/2 lusin dan sandal sebanyak 6 lusin dengan laba maksimum Rp31.500.

E. Soal Latihan Bab II

1. Sentosa Taylor membuat baju dan celana. Dua sumber daya yang dibutuhkan diantaranya adalah bahan kain katun dan tenaga kerja Sentosa Taylor telah mengembangkan suatu model program linear untuk menentukan jumlah baju dan celana (x_1 dan x_2) yang akan dibuat dalam usaha memaksimumkan profit. Adapun persamaannya sebagai berikut:
   Memaksimumkan $Z = 60x_1 + 50x_2$ (laba)
   Dengan batasan:
   (1) $4x_1 + 6x_2 \leq 160$ (katun/ yard)
   (2) $12x_1 + 5x_2 \leq 25$ (tenaga kerja/ jam)
   Batasan non negatif: $x_1, x_2 \geq 0$
   Tentukan kombinasi terbaik dari jumlah baju dan celana yang dibuat agar menghasilkan laba maksimal dengan menggunakan metode grafik!
2. Perusahaan konveksi "Aslamiyah" memproduksi dua buah produk, yaitu produk kaos dan kemeja. Beberapa persoalan yang perlu diperhatikan adalah:
   a. Untuk memproduksi kaos, diperlukan 30 menit mesin I, 20 menit mesin II, 50 menit proses penghalusan, dan 30 menit proses *finishing*. Sedangkan untuk memproduksi kemeja diperlukan 60 menit mesin I, 40 menit mesin II, 20 menit proses penghalusan, dan 30 menit proses *finishing.*
   b. Kapasitas maksimum masing-masing mesin adalah:
      - Mesin I : 2.000 menit

- Mesin II : 700 menit
- Proses penghalusan : 900 menit
- Proses *finishing* : 900 menit

c. Potensi laba yang akan diperoleh adalah Rp400 untuk sebuah kaos dan Rp500 untuk sebuah kemeja.

Tentukan kombinasi produksi yang optimal dan jumlah laba yang diperoleh dengan menggunakan metode grafik!

3. PT. Purnama berpeluang untuk menghasilkan 2 jenis radio elektrik yang berbeda. Ketiga model tersebut diberi nama Tempo dan Power. Studi pemasaran menunjukkan bahwa pada harga-harga yang telah diproyeksikan sekarang. Perusahaan mampu menjual semua model yang diproduksi. Produksi perusahaan hanya dibatasi oleh tersedianya bahan baku aluminium dan tenaga kerja. Jumlah aluminium, waktu produksi, dan perkiraan keuntungan per unit adalah sebagai berikut:

Model	Tempo	Power	Kapasitas
Aluminium	70 kg	60 kg	5000 kg
Waktu Produksi	4 jam	3 jam	240 jam
Laba	Rp16.000	Rp9.000	

Tentukan kombinasi produksi yang optimal untuk memaksimalkan keuntungan yang didapatkan dengan menggunakan metode grafik!

4. Isi karbohidrat, vitamin dan protein dua makanan serta kebutuhan minimum setiap bahan tersebut terdapat pada tabel di bawah ini.

Kandungan	Makanan A (per pon)	Makanan B (per pon)	Kebutuhan Minimum (satuan)
Karbohidrat	5	6	110
Vitamin	3	2	70
Protein	1	3	60

Makanan A biayanya Rp1.400 tiap pon dan makanan B biayanya Rp2.000 tiap pon. Kombinasi makanan A dan B yang mana memberikan menu yang cukup baik dengan biaya minimum? Gunakan metode grafik untuk penyelesainnya!

5. Sebuah toko aksesoris membuat gelang dan cincin dari emas dan perak. Toko tersebut telah mengembangkan model program linear untuk menentukan jumlah gelang dan cincin (x_1 dan x_2) yang akan dibuat dalam usaha memaksimumkan laba. Adapun persamaan sebagai berikut:

   Memaksimumkan $Z = 400x_1 \times 500x_2$ (laba)

   Dengan batasan:

   (1) $4x_1 + 3x_2 \leq 20$ (emas/ ons)

   (2) $3x_1 + 5x_2 \leq 25$ (perak/ ons)

   Batasan non negatif: $x_1, x_2 \geq 0$

   Tentukan kombinasi produksi yang optimal untuk memaksimalkan laba yang didapatkan dengan menggunakan metode grafik!

6. Selesaikan menggunakan metode grafik!

   Maksimumkan $Z = x_1 + 1{,}5x_2$

   Dengan kendala:

   $2x_1 + 3x_2 \leq 6$

   $x_1 + 4x_2 \leq 4,$

   $x_1, x_2 \geq 0$

7. Selesaikan menggunakan metode grafik!

   Maksimumkan $Z = 5x_1 + 4\,x_2$

   Dengan kendala:

   $6x_1 + 4x_2 \leq 24$

   $x_1 + 2x_2 \leq 6$

   $-x_1 + x_2 \leq 1$

   $x_2 \leq 2$

   $x_1, x_2 \geq 0$

8. Selesaikan menggunakan metode grafik!

   Maksimumkan $Z = 3x_1 + 2x_2$

   Dengan kendala:

   $x_1 + x_2 \geq 1$

   $x_2 - 5x_1 \leq 0$

$5x_2 - x_1 \geq 0$

$x_1 - x_2 \geq -1$

$x_1 + x_2 \leq 6$

$x_1 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0.$

9. PT. Padat Karya memproduksi dua macam batako, batako semen dan batako kapur. Biaya pembuatan batako semen diperkirakan Rp150, sedangkan biaya pembuatan batako kapur diperkirakan Rp100. Batako semen dijual seharga Rp400 dan batako kapur dijual seharga Rp250. Untuk pembuatan kedua macam batako tersebut dipergunakan 2 macam mesin, yaitu mesin A sebagai mesin pencampur dan mesin B sebagai mesin pencetak. Untuk mencampur batako semen diperlukan waktu 1 jam dan untuk mencetak batako semen diperlukan waktu 2 jam. Batako kapur dicampur selama 1,5 jam dan dicetak selama 1 jam. Selama satu bulan kapasitas mesin A 320 jam kerja. Sedang kapasitas mesin B adalah 480 jam kerja. Jika tujuan perusahaan memaksimumkan keuntungan, berapakah keuntungan yang diperoleh? Gunakan metode grafik untuk memecahkan masalah tersebut!
10. Luas daerah parkir $1.760m^2$. Luas rata rata untuk mobil kecil $4m^2$ dan mobil besar $20m^2$. Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan, biaya parkir mobil kecil Rp2.000/jam dan mobil besar Rp3.000/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang. Tentukan hasil pendapatan maksimum tenpat parkir tersebut dengan menggunakan metode grafik!

BAB III
METODE SIMPLEKS

A. Pengertian Metode Simpleks

Apabila suatu masalah program linier hanya mengandung dua variabel keputusan saja (x_1 dan x_2), maka dapat diselesaikan dengan metode grafik. Tetapi, apabila melibatkan lebih dari dua variabel keputusan maka metode grafik tidak dapat digunakan lagi, sehingga diperlukan metode simpleks.

Dengan demikian, secara sederhana pengertian metode simpleks adalah suatu cara yang lazim dipakai untuk menentukan kombinasi optimal dari dua variabel atau lebih, dengan menggunakan tabel-tabel dalam penyelesain permasalahannya.[10]

Metode simpleks merupakan metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan lainnya yang dilakukan berulang-ulang (iterasi) dengan jumlah ulangan yang terbatas, sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimum. Metode simpleks dimulai dari suatu titik sembarang pada daerah fisibel (ruang solusi) menuju titik ekstrim yang optimum.[11]

B. Istilah pada Metode Simpleks

1. Iterasi: Tahapan perhitungan dimana nilai dalam perhitungan itu tergantung dari nilai tabel sebelumnya.
2. Variabel non basis: Variabel yang nilainya diatur menjadi nol pada sembarang iterasi. Dalam terminology umum, jumlah variabel non basis selalu sama dengan derajat bebas dalam sistem persamaan.
3. Variabel basis: Variabel yang nilainya bukan nol pada sembarang iterasi. Pada solusi awal, variabel basis merupakan variabel *slack* (jika fungsi

---

[10] Astuti Meflinda dan Mahyarni, Operation Research (Riset Operasi), (Pekanbaru: Unpri Press, 2011), hal. 24

[11] Ulfasari Rafflesia & Fanani Haryo Widodo, *Pemrograman Linier*, (Bengkulu: Fakultas Pertanian UNIB, 2014), Hal. 16

kendala menggunakan pertidaksamaan ≤ atau variabel buatan jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan ≥ atau =). Secara umum, jumlah variabel batas selalu sama dengan jumlah fungsi pembatas (tanpa fungsi non negative)

4. Solusi atau nilai kanan (NK): Nilai sumber daya pembatas yang masih tersedia. Pada solusi awal, nilai kanan atau solusi sama dengan jumlah sumber daya pembatas awal yang ada, karena aktivitas belum dilaksanakan.
5. Variabel *slack*: Variabel yang ditambahkan ke model matematik kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan ≤ menjadi persamaan =. Penambahan variabel ini terjadi pada tahap inisialisasi. Pada solusi awal, variabel *slack* akan berfungsi sebagai variabel basis.
6. Variabel *surplus*: Variabel yang ditambahkan ke model matematik kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan ≥ menjadi persamaan =. Penambahan variabel ini terjadi pada tahap inisialisasi. Pada solusi awal, variabel *surplus* akan berfungsi sebagai variabel bebas.
7. Variabel buatan: Variabel yang ditambahakn ke model matematik kendala dengan bentuk ≥ atau = untuk difungsikan sebagai variabel basis awal. Penambahan variabel ini terjadi pada tahap inisialisasi. Variabel ini harus bernilai nol pada solusi optimal, karena kenyataannya variabel ini tidak ada. Variabel ini hanya ada di atas kertas.
8. Kolom pivot (kolom kerja): Kolom yang memuat variabel masuk. Koefisien pada kolom ini akan menjadi pembagi nilai kanan untuk menentukan baris pivot (baris kerja)
9. Baris pivot: Salah satu baris dari antara variabel baris yang memuat variabel keluar.
10. Elemen pivot (elemen kerja): Elemen yang terletak pada perpotongan kolom dan baris pivot. Elemen pivot akan menjadi dasar perhitungan untuk tabel simpleks berikutnya.
11. Variabel masuk: Variabel yang terpilih untuk menjadi variabel baris pada iterasi berikutnya. Variabel masuk dipilih satu dari antara variabel

non basis pada setiap iterasi. Variabel ini pada iterasi berikutnya akan bernilai positif.

12. Variabel keluar: Variabel yang keluar dari variabel basis pada iterasi berikutnya dan digantikan dengan variabel masuk. Variabel keluar dipilih satu dari antara variable basis pada setiap iterasi dan bernilai nol.[12]

C. Langkah-Langkah Penyelesaian Metode Simpleks

1. Formulasikan permasalahan dalam bentuk fungsi tujuan dan batasan.
2. Merubah fungsi tujuan dan fungsi batasan menjadi fungsi implisit, dengan menambahkan variabel *slack* atau *surplus.*
3. Menyusun fungsi-fungsi persamaan ke dalam Tabel Simpleks.

   Bentuk umum tabel simpleks sebagai berikut:

Variabel Dasar	**Z**	x_1	x_2	**...**	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	**...**	x_{n+m}	**NK**
Z	1	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	0
x_{n+1}	0	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
x_{n+2}	0	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
x_{m+1}	0	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0		1	b_m

   Keterangan :

   NK (nilai kanan) : nilai setelah tanda sama dengan

   Variabel dasar : variabel yang nilainya di sisi kiri dari persamaan.

4. Memilih kolom kunci

   Kolom kunci adalah kolom yang merupakan dasar untuk merubah tabel simpleks. Dasar untuk menentukan kolom kunci adalah kolom yang memiliki nilai pada fungsi tujuan angka negative terbesar (maksimasi) dan negative terkecil (minimasi)

5. Memilih baris kunci dan angka kunci

[12] Dedy Hartama dkk, Riset Operator: Optimalisasi Produksi Menggunakan Metode Simpleks & Metode Grafik, (Medan: Yayasan Kita Menulis, 2020), hal. 8-9

Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk merubah tabel simpleks. Untuk mencari baris kunci, terlebih dahulu mencari Indeks tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom Nilai Kanan (NK) dengan nilai sebaris pada kolom kunci.

Indeks = $\frac{Nilai\ Kolom\ NK}{Nilai\ Kolom\ Kunci}$

6. Merubah nilai-nilai baris

   Merubah nilai baris dengan cara membagi nilai-nilai yang ada dalam baris dengan angka kunci.

7. Merubah nilai-nilai selain pada baris kunci

   Cara mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci adalah dengan cara sebagai berikut:

   Baris Baru = Baris Lama – (Koefisien Kolom Kunci x Nilai Baris Kunci Baru)

8. Melanjutkan perbaikan-perbaikan

   Melanjutkan perbaikan-perbaikan hingga pada baris pertama (baris fungsi tujuan) tidak ada nilai negative (maksimasi) atau tidak ada nilai positif (minimasi).[13]

D. Contoh Soal dan Pembahasan

1. Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 \leq 8$
   - $3x_2 \leq 15$
   - $6x_1 + 5x_2 \leq 30$

   Penyelesaian:

   Model simpleks:

   Fungsi Tujuan: Maksimumkan

   $Z - 3x_1 - 5x_2 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$

   Fungsi Pembatas:

[13] Dedy Takdir Syaifuddin, *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management),* (Malang: CV Citra, 2011), hal. 21-29

- $2x_1 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 8$
- $3x_2 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 15$
- $6x_1 + 5x_2 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 30$

Tabel Simpleks

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
S_1	0	2	0	1	0	0	8
S_2	0	0	3	0	1	0	15
S_3	0	6	5	0	0	1	30

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	-
S_1	0	2	0	1	0	0	8	-
S_2	0	0	3	0	1	0	15	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

❖ Iterasi1

Merubah nilai baris kunci = $\left[{}^{0}/_{3}\ ;\ {}^{0}/_{3}\ ;\ {}^{3}/_{3};\ {}^{0}/_{3};{}^{1}/_{3};\ {}^{0}/_{3};{}^{15}/_{3}\right]$

= [0   0   1   0 ${}^{1}/_{3}$ 0   5]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	-
S_1	0	2	0	1	0	0	8	-
x_2	0	0	1	0	${}^{1}/_{3}$	0	5	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama	:	[1	-3	-5	0	0	0	0]	
NBKB	: (-5)	[0	1	0	0	${}^{1}/_{3}$	0	5]	(-)
Baris baru	:	[1	-3	0	0	${}^{5}/_{3}$	0	25]	

Baris S_1

Baris lama	:	[0	2	0	1	0	0	8]	
NBKB	: (0)	[0	1	0	0	$1/3$	0	5]	(-)
Baris baru	:	[0	2	0	1	0	0	8]	

Baris S_3

Baris lama	:	[0	6	5	0	0	1	30]	
NBKB	: (5)	[0	1	0	0	$1/3$	0	5]	(-)
Baris baru	:	[0	6	0	0	$-5/3$	1	5]	

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25
S_1	0	2	0	1	0	0	8
x_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
S_3	0	6	0	0	$-5/3$	1	5

❖ Iterasi -2

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	4
x_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5	
S_3	0	6	0	0	$-5/3$	1	5	$5/6$

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

Merubah nilai baris kunci = $\left[0/6\ ;\ 6/6\ ;\ 0/6;\ 0/6;\ -5/18;\ 1/6; 5/6\right]$

$= [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -5/18\ 1/6 \quad 5/6]$

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25
S_1	0	2	0	1	0	0	8
x_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
x_1	0	1	1	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$

Merubah nilai baris yang lain:

Baris Z

Baris lama	:	[1	-3	0	0	$5/3$	0	25]
NBKB	: (-3)	[0	1	1	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$](-)
Baris baru	:	[1	0	0	0	$5/6$	$1/2$	$55/2$]

Baris S_1

Baris lama	:	[0	2	0	1	0	0	8]
NBKB	: (2)	[0	1	1	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$](-)
Baris baru	:	[0	0	0	1	$5/9$	$-1/3$	$19/3$]

Baris x_2

Baris lama	:	[0	0	1	0	$1/3$	0	5]
NBKB	: (0)	[0	1	1	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$](-)
Baris baru	:	[0	0	1	0	$1/3$	0	5]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	0	0	0	$5/6$	$1/2$	$55/2$
S_1	0	0	0	1	$5/9$	$-1/3$	$19/3$
x_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
x_1	0	1	1	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$

Pada iterasi-2 terlihat bahwa koefisien fungsi sudah tidak ada lagi yang mempunyai nilai negatif, proses perubahan selesai dan ini menunjukkan penyelesaian persoalan linear dengan metode simpleks sudah mencapai optimum dengan hasil sebagai berikut:

$x_1 = {}^5/_6$ dan $x_2 = 5$ dengan Zmaksimum = ${}^{55}/_2$.

2. Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 9x_1 + 2x_2 + 5x_3$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \leq 12$
   - $2x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 3$
   - $3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 2$

   Penyelesaian:

   Model simpleks:

   Fungsi Tujuan: Maksimumkan

   $Z - 9x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 12$
   - $2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 3$
   - $3x_1 + x_2 - 2x_3 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 2$

   Tabel Simpleks

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-9	-2	-5	0	0	0	0
S_1	0	2	3	-5	1	0	0	12
S_2	0	2	2	-3	0	1	0	3
S_3	0	3	1	-2	0	0	1	2

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	-9	-2	-5	0	0	0	0	0
S_1	0	2	3	-5	1	0	0	12	6
S_2	0	2	2	-3	0	1	0	3	${}^3/_2$

S_3	0	3	1	-2	0	0	1	2	$^2/_3$

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

❖ Iterasi1

Merubah nilai baris kunci:

$[^0/_3\ ;\ ^3/_3\ ;\ ^1/_3;\ ^{-2}/_3;\ ^0/_3;\ ^0/_3;\ ^1/_3;\ ^2/_3]$

$= [0 \quad 1 \quad ^1/_3 \quad ^{-2}/_3 \quad 0 \quad 0 \quad ^1/_3 \quad ^2/_3]$

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-9	-2	-5	0	0	0	0
S_1	0	2	3	-5	1	0	0	12
S_2	0	2	2	-3	0	1	0	3
x_1	0	1	$^1/_3$	$^{-2}/_3$	0	0	$^1/_3$	$^2/_3$

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama : [1 -9 -2 -5 0 0 0 0]

NBKB : (-9) [0 1 $^1/_3$ $^{-2}/_3$ 0 0 $^1/_3$ $^2/_3$] (-)

Baris baru : [1 0 -1 11 0 0 -3 6]

<u>Baris S_1</u>

Baris lama: [0 2 3 -5 1 0 0 12]

NBKB : (2) [0 1 $^1/_3$ $^{-2}/_3$ 0 0 $^1/_3$ $^2/_3$](-)

Baris baru: [0 0 $^7/_3$ $^{-11}/_3$ 1 0 $^{-2}/_3$ $^{32}/_3$]

<u>Baris S_2</u>

Baris lama: [0 2 2 -3 0 1 0 3]

NBKB : (2) [0 1 $^1/_3$ $^{-2}/_3$ 0 0 $^1/_3$ $^2/_3$] (-)

Baris baru : [0 0 $^1/_3$ $^{-5}/_3$ 0 1 $^{-2}/_3$ $^5/_3$]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	0	-1	11	0	0	-3	6
S_1	0	0	$^7/_3$	$-^{11}/_3$	1	0	$-^2/_3$	$^{32}/_3$
S_2	0	0	$^1/_3$	$-^5/_3$	0	1	$-^2/_3$	$^5/_3$
x_1	0	1	$^1/_3$	$-^2/_3$	0	0	$^1/_3$	$^2/_3$

Karena yang menjadi kolom kunci x_3 < 0, maka tabel tidak dapat diteruskan, program linear tidak mempunyai penyelesaian optimum, fungsi Z tak terbatas.

3. Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 32x_1 + 20x_2$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + 5x_2 \leq 600$
   - $4x_1 + 3x_2 \leq 530$
   - $2x_1 + x_2 \leq 240$

   Penyelesaian:

   Model simpleks:

   Fungsi Tujuan: Maksimumkan

   $Z - 32x_1 - 20x_2 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + 5x_2 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 600$
   - $4x_1 + 3x_2 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 530$
   - $2x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 240$

   Tabel Simpleks

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-32	-20	0	0	0	0
S_1	0	2	5	1	0	0	600
S_2	0	4	3	0	1	0	530
S_3	0	2	1	0	0	1	240

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks

Z	1	-32	-20	0	0	0	0	0
S_1	0	2	5	1	0	0	600	300
S_2	0	4	3	0	1	0	530	132,5
S_3	0	2	1	0	0	1	240	120

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

- Iterasi-1

Merubah nilai baris kunci = $[{}^{0}/_{2}\ ;\ {}^{2}/_{2}\ ;\ {}^{1}/_{2};\ {}^{0}/_{2};{}^{0}/_{2};\ {}^{1}/_{2};{}^{240}/_{2}]$

= [0 1 $^{1}/_{2}$ 0 0 $^{1}/_{2}$ 120]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	-32	-20	0	0	0	0
S_1	0	2	5	1	0	0	600
S_2	0	4	3	0	1	0	530
x_1	0	1	$^{1}/_{2}$	0	0	$^{1}/_{2}$	120

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama	:	[1	-32	-20	0	0	0	0]
NBKB	: (-32)	[0	1	$^{1}/_{2}$	0	0	$^{1}/_{2}$	120] (-)
Baris baru	:	[1	0	-4	0	0	16	3840]

<u>Baris S_1</u>

Baris lama	:	[0	2	5	1	0	0	600]
NBKB	: (2)	[0	1	$^{1}/_{2}$	0	0	$^{1}/_{2}$	120](-)
Baris baru	:	[0	0	4	1	0	-1	360]

<u>Baris S_2</u>

Baris lama	:	[0	4	3	0	1	0	530]
NBKB	: (4)	[0	1	$^{1}/_{2}$	0	0	$^{1}/_{2}$	120](-)
Baris baru	:	[0	0	1	0	1	-2	50]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	0	-4	0	0	16	3840
S_1	0	0	4	1	0	-1	360
S_2	0	0	1	0	1	-2	50
x_1	0	1	$^1/_2$	0	0	$^1/_2$	120

❖ Iterasi -2

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	-4	0	0	16	3840	
S_1	0	0	4	1	0	-1	360	90
S_2	0	0	1	0	1	-2	50	50
x_1	0	1	$^1/_2$	0	0	$^1/_2$	120	

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

Merubah nilai baris kunci= $\left[{}^0/_1\ ;\ {}^0/_1\ ;\ {}^1/_1\ ;\ {}^0/_1\ ;\ {}^1/_1\ ;\ {}^{-2}/_1\ ;{}^{50}/_1\right]$

= [0 0 1 0 1 -2 50]

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	-4	0	0	16	3840	
S_1	0	0	4	1	0	-1	360	90
x_2	0	0	1	0	1	-2	50	50
x_1	0	1	$^1/_2$	0	0	$^1/_2$	120	240

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama	:	[1	0	-4	0	0	16	3840]
NBKB	: (-4)	[0	0	1	0	1	-2	50] (-)
Baris baru	:	[1	0	0	0	4	8	4040]

<u>Baris S_1</u>

Baris lama	:	[0	0	4	1	0	-1	360]	
NBKB	: (4)	[0	0	1	0	1	-2	50]	(-)
Baris baru	:	[0	0	0	1	-4	7	160]	

<u>Baris x_1</u>

Baris lama	:	[0	1	$^1/_2$	0	0	$^1/_2$	120]	
NBKB	: ($^1/_2$)	[0	0	1	0	1	-2	50]	(-)
Baris baru	:	[0	1	0	0	$-^1/_2$	$^3/_2$	95]	

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	0	0	0	4	8	4040
S_1	0	0	0	1	-4	7	160
x_2	0	0	1	0	1	-2	50
x_1	0	1	0	0	$-^1/_2$	$^3/_2$	95

Pada iterasi- 2 terlihat bahwa koefisien fungsi sudah tidak ada lagi yang mempunyai nilai negatif, proses perubahan selesai dan ini menunjukkan penyelesaian persoalan linear dengan metode simpleks sudah mencapai optimum dengan hasil sebagai berikut:

$x_1 = 95$ dan $x_2 = 50$ dengan $Z_{maksimum}$ =4040.

E. Latihan Soal Bab III

Untuk soal nomor 1 sampai 4 selesaikan persoalan program linier berikut dengan menggunakan metode simpleks.

1. Maksimumkan $Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$

   Kendala: $8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$

   $4x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 \leq 20$

   $2x_1 + 1{,}5x_2 + 0{,}5x_3 \leq 8$

   $x_2 \leq 5$

   $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

2. Maksimumkan $Z = 25x_1 + 15x_2$

   Pembatas: $3x_1 + 3x_2 \leq 24$

   $2x_1 + 4x_2 \leq 20$

   $3x_1 \leq 21$

   $x_1, x_2 \geq 0$

3. Minimumkan $Z = -3x_1 + x_2$

   Kendala: $3x_1 + 4x_2 \geq 12$

   $-x_1 + 2x_2 \leq 8$

   $x_1, x_2 \geq 0$

4. Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Kendala: $2x_1 \leq 8$

   $3x_2 \leq 15$

   $6x_1 + 5x_2 \leq 30$

5. Perusahaan Bakso Jago memproduksi 2 jenis bakso yang berbeda yaitu bakso Kecil dan bakso Besar. Bahan baku utama kedua bakso itu sama, yaitu tepung sagu dan daging sapi. Bakso kecil membutuhkan 9 gram tepung sagu dan 6 gram daging sapi untuk setiap baksonya. Sedangkan bakso besar membutuhkan 10 gram tepung sagu dan 12 gram daging sapi untuk setiap baksonya. Diasumsikan permintaan konsumen sesuai dengan jumlah produksi. Tentukan jumlah bakso kecil dan bakso besar yang harus diproduksi untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal, bila:

   Harga jual bakso kecil Rp800,- per bakso

   Harga jual bakso Besar Rp1250,- per-bakso

   Tepung sagu yang tersedia 12 Kilogram

   Daging sapi yang tersedia 6 Kilogram

6. Seorang ibu sedang berbelanja untuk keluarganya. Dia ingin mengetahui berapa banyak daging dan kentang yang harus dibeli, karena dia ingin membuat sup dan mendapatkan makanan yang bergizi. Dia pernah membaca dalam majalah "Sehat" bahwa untuk kebutuhan per orang per hari sebanyak 7 unit karbohidrat, 10 unit vitamin dan 8 unit protein. Kandungan unsur per unit kentang

sebanyak 4 unit karbohidrat, 4 unit vitamin dan 2 unit protein. Sedangkan unsure per unit daging sebanyak 2 unit karbohidrat, 4 unit vitamin dan 4 unit protein. Di pasar dia melihat harga-harga sebagai berikut 1 unit kentang Rp14.000 dan 1 unit daging Rp 30.000. Dia menginginkan nilai gizi setinggi mungkin. Tentukan berapa unit kentang dan daging yang harus dibeli Ibu tersebut agar optimal dengan menggunakan metode simpleks!

7. Sebuah perkebunan memiliki lahan seluas 150 Ha yang akan diusahakan secara mekanis untuk tanaman ubi dan jagung. Tenaga kerja yang tersedia adalah 120 jam kerja. Untuk memproduksi 1 Ha ubi diperlukan 2 jam kerja, sedangkan untuk 1 Ha jagung memerlukan 1 jam kerja. Hasil ubi per Ha sebanyak 60 kw, sedangkan untuk jagung sebanyak 50 kw. Laba dari penjualan ubi Rp900/kw dan jagung Rp1.600/kw. Tentukan kombinasi yang tepat produk agar optimal dengan menggunakan metode simpleks!
8. Suatu perusahaan menghasilkan 3 buah mesin yang dapat menghasilkan produk A dan B. Untuk menghasilkan produk A diperlukan 3 jam mesin pertama, 2 jam mesin kedua dan 2 jam mesin ketiga. Sedangkan untuk menghasilkan produk B diperlukan 2 jam mesin pertama, 3 jam mesin kedua dan 2 jam mesin ketiga. Kapasitas mesin pertam 210 jam, mesin kedua 180 jam dan mesin ketiga 200 jam. Perusahaan tersebut ingin rencana produksi yang terbaik untuk menghasilkan laba yang maksimal. Tentukan penyelesaian persoalan tersebut dengan metode simpleks!
9. Seseorang membutuhkan berturut-turut 12, 14, dan 14 satuan bahan untuk pembuatan kue A, B, dan C. Suatu produk berbentuk berbentuk cairan mengandung berturut-turut 6, 3, dan 1 satuan A, B, dan C per botol. Suatu produk berbentuk bubuk mengandung berturut-turut 2, 3, dan 5 satuan A, B, dan C. Jika harga per botol cairan Rp40.000 dan harga per bungkus bubuk Rp30.000. Berapa banyak masing-masing yang harus dibeli supaya biaya seminimal mungkin, tetapi kebutuhan tetap terpenuhi? Selesaikan dengan metode simpleks!

10. Suatu pabrik mempunyai berturut-turut 250, 380 dan 190 kg kancing, kain, dan manik-manik. Produksi A membutuhkan berturut-turut 2, 5, 1 kg kancing, kain dan manik-manik. Sedangkan produksi B membutuhkan berturut-turut 3, 6, 1 kg kancing, kain, dan manik-manik. Jika keuntungan A Rp50.000 dan keuntungan B Rp 70.000. Tentukan kombinasi produksi yang optimal untuk memaksimalkan keuntungan yang didapatkan dengan menggunakan metode simpleks!

BAB IV
METODE BIG-M

A. Pengantar Metode Big-M

Perbedaan metode big-M dengan metode simpleks biasa terletak pada pembentukan tabel awal. Jika fungsi kendala menggunakan bentuk pertidaksamaan $\geq$, perubahan dari bentuk umum ke bentuk baku memerlukan variabel surplus. Variabel surplus tidak dapat berfungsi sebagai variabel basis awal, karena koefisiennya bertanda negatif. Sebagai variabel basis pada solusi awal, harus ditambahkan satu variabel buatan. Variabel buatan pada solusi optimal harus bernilai 0, karena variabel ini memang tidak ada.[14]

Sering kita menemukan bahwa fungsi kendala tidak hanya dibentuk oleh pertidaksamaan $\leq$ dan/atau persamaan (=). Fungsi kendala dengan pertidaksamaan $\geq$ mempunyai surplus variabel, tidak ada slack variabel. Surplus variabel tidak bisa menjadi variabel basis awal, dengan demikian harus ditambahkan satu variabel baru yang dapat berfungsi sebagai variabel basis awal. Variabel yang dapat berfungsi sebagai variabel basis awal hanya slack variabel dan *artificial variables* (variabel buatan).[15]

Variabel yang dapat berfungsi sebagai variabel basis awal hanya *slack variables* dan *artificial variables* (variabel buatan).

1. Jika semua fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan $\leq$ maka variabel basis awal semuanya adalah slack variables. Penyelesaian solusi optimal untuk kasus seperti ini dilakukan dengan cara yng sudah diperkenalkan sebelumnya.
2. Jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan $\geq$ dan/atau $\leq$ maka variabel basis awal adalah *slack variables* dan/atau variabel buatan.

[14] Ulfasari Rafflesia & Fanani Haryo Widodo, *Pemrograman Linier*, (Bengkulu: Fakultas Pertanian UNIB, 2014), Hal.31

[15] Bambang Yuwono & Putri Nur Istiani, *Riset Operasional*, (Yogyakarta: Universitas Veteran, 2007), Hal. 27

3. Jika fungsi kendala ada yang menggunakan persamaan maka variabel buatan akan ditemukan oada variabel basis awal. Penyelesaian solusi optimal untuk kasus seperti ini hanya dapat dilakukan dengan memilih antara metode **Big-M** atau **Dua Fase.**[16]

Teknik yang digunakan untuk memaksa variabel buatan bernilai 0 pada solusi optimal adalah dengan cara berikut:

- Penambahan variabel buatan pada fungsi kendala yang tidak memiliki variabel slack, menuntut penambahan variabel buatan pada fungsi tujuan.
- Jika fungsi tujuan adalah maksimisasi, maka variabel buatan pada fungsi tujuan mempunyai koefisien $-M$
- Jika fungsi tujuan adalah minimisasi, maka variabel buatan pada fungsi tujuan mempunyai koefisien $+M$.
- Karena koefisien variabel basis pada tabel simpleks harus bernilai 0, maka variabel buatan pada fungsi tujuan haru digantikan nilai dari fungsi kendala yang memuat varabel buatan tersebut.
- Secara ringkas, aturan yang dapat digunakan untuk memudahkan penyelesaian:[17]

Batasan	Penyesuaian Fungsi Batasan	Koefisien Fungsi Tujuan	
		Maksimasi	Minimisasi
$\leq$	tambah slack variabel	0	0
$=$	tambah artificial variabel	$-M$	M
$\geq$	kurang slack variable (surplus variabel)	0	0
	tambah artificial variabel	$-M$	M

[16] *Ibid*,. Hal. 28.

[17] Ulfasari Rafflesia & Fanani Haryo Widodo, *Pemrograman Linier*, (Bengkulu: Fakultas Pertanian UNIB, 2014), Hal. 32

B. Contoh Soal dan Pembahasan

1. Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Fungsi Pembatas:

   - $x_1 \leq 4$
   - $2x_2 \leq 12$
   - $3x_1 + 5x_2 = 18$
   - $x_1,\ x_2 \geq 0$

Penyelesaian:

Model big-M:

Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2 + MA_1$

Fungsi Pembatas:

- $x_1 + S_1 = 4$
- $2x_2 + S_2 = 12$
- $3x_1 + 2x_2 + A_1 = 18$
- $x_1, x_2, S_1,\ S_2 \geq 0$

Merubah Fungsi Tujuan:

$A_1 = 18 - 3x_1 - 2x_2$

$MA_1 = M(18 - 3x_1 - 2x_2) = 18M - 3Mx_1 - 2Mx_2$

Fungsi Tujuan: Maks $Z = 3x_1 + 5x_2 - 18M + 3Mx_1 + 2Mx_2$

$= (3 + 3M)x_1 + (5 + 2M)x_2 + 18M$

Tabel big-M

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	-3-3M	-5-2M	0	0	0	-18M
A_1	3	2	1	0	0	18
S_1	1	0	0	1	0	4
S_2	0	2	0	0	1	12

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi	Indeks
Z	-3-3M	-5-2M	0	0	0	-18M	

A_1	3	2	1	0	0	18	6
S_1	1	0	0	1	0	4	4
S_2	0	2	0	0	1	12	

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

❖ Iterasi-1

Merubah nilai baris kunc: $[{}^{1}/_{1} \; ; {}^{0}/_{1} \; ; {}^{0}/_{1} ; {}^{1}/_{1} ; {}^{0}/_{1} ; {}^{4}/_{1}]$

= [1 0 0 1 0 4]

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	-3-3M	-5-2M	0	0	0	-18M
A_1	3	2	1	0	0	18
x_1	1	0	0	1	0	4
S_2	0	2	0	0	1	12

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama : [(-3-3M) (-5-2M) 0 0 0 -18M]

NBKB : (-3-3M)[1 0 0 1 0 4] (-)

Baris baru : [0 (-5-2M) 0 3+3M 0 (-6+12M)]

<u>Baris A_1</u>

Baris lama : [3 2 1 0 0 18]

NBKB : (3) [1 0 0 1 0 4] (-)

Baris baru : [0 2 1 -3 0 6]

<u>Baris S_2</u>

Baris lama : [0 2 0 0 1 12]

NBKB : (0) [1 0 1 0 0 4] (-)

Baris baru : [0 0 0 0 1 12]

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	0	(-5-2M)	0	3+3M	0	(-6+12M)

A_1	0	2	1	-3	0	6
x_1	1	0	0	1	0	4
S_2	0	2	0	0	1	12

❖ Iterasi- 2

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi	Indeks
Z	0	-5-2M	0	3+3M	0	-6+12M	
x_2	0	2	1	-3	0	6	3
x_1	1	0	0	1	0	4	
S_2	0	2	0	0	1	12	6

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

Merubah nilai baris kunci: $[{}^{0}/_{2}\ ;\ {}^{2}/_{2}\ ;\ {}^{1}/_{2}\ ;\ {}^{-3}/_{2}\ ;\ {}^{0}/_{2}\ ;\ {}^{6}/_{2}]$

$= [0 \quad 1 \quad {}^{1}/_{2} \quad {}^{-3}/_{2} \quad 0 \quad 3]$

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	0	-5-2M	0	3+3M	0	-6+12M
x_2	0	1	$^{1}/_{2}$	$^{-3}/_{2}$	0	3
x_1	1	0	0	1	0	4
S_2	0	2	0	0	1	12

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama : [0 -5-2M 0 3+3M 0 -6+12M]

NBKB : (-5-2M)[0 1 $^{1}/_{2}$ $^{-3}/_{2}$ 0 3] (-)

Baris baru : [0 0 $^{5}/_{2} + M$ $^{-9}/_{2}$ 0 27]

<u>Baris x_1</u>

Baris lama : [1 0 0 1 0 4]

NBKB : (0) [0 1 $^{1}/_{2}$ $^{-3}/_{2}$ 0 3] (-)

Baris baru : [1 0 0 1 0 4]

<u>Baris S_2</u>

Baris lama : [0 2 0 0 1 12]

NBKB	: (2)	[0	1	$^1/_2$	$^{-3}/_2$	0	3]	(-)
Baris baru	:	[0	0	-1	3	1	6]	

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	0	0	$^5/_2 + M$	$^{-9}/_2$	0	27
x_2	0	1	$^1/_2$	$^{-3}/_2$	0	3
x_1	1	0	0	1	0	4
S_2	0	0	-1	3	1	6

❖ Iterasi- 3

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi	Indeks
Z	0	0	$^5/_2 + M$	$^{-9}/_2$	0	27	
x_2	0	1	$^1/_2$	$^{-3}/_2$	0	3	
x_1	1	0	0	1	0	4	
S_2	0	0	-1	3	1	6	2

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

Merubah nilai baris kunci: $[^0/_3\ ;\ ^0/_3\ ;\ ^{-1}/_3;\ ^3/_3;\ ^1/_3;\ ^6/_3]$

$= [0 \quad 0 \quad ^{-1}/_3 \quad 1 \quad ^1/_3 \quad 2]$

Variabel Dasar	x_1	x_2	A_1	S_1	S_2	Solusi
Z	0	0	$^5/_2 + M$	$^{-9}/_2$	0	27
x_2	0	1	$^1/_2$	$^{-3}/_2$	0	3
x_1	1	0	0	1	0	4
S_1	0	0	$^{-1}/_3$	1	$^1/_3$	2

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama	:	[0	0	$^5/_2 + M$	$^{-9}/_2$	0	27]	
NBKB	: $(^{-9}/_2)$	[0	0	$^{-1}/_3$	1	$^1/_3$	2]	(-)
Baris baru	:	[0	0	$1 + M$	0	$^3/_2$	36]	

Baris x_1

Baris lama	:	[1	0	0	1	0	4]	
NBKB	: (1)	[0	0	$-1/3$	1	$1/3$	2]	(-)
Baris baru	:	[1	0	$1/3$	0	$1/3$	2]	

Baris x_2

Baris lama	:	[0 1	$1/2$	$-3/2$		0	3]	
NBKB	: $(-3/2)$	[0	0	$-1/3$	1	$1/3$	2]	(-)
Baris baru	:	[0 1	0		0	$1/2$	6]	

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	Solusi
Z	0	0	0	$-9/2$	$5/2 + M$	27
x_2	0	1	0	$-3/2$	$1/2$	3
x_1	1	0	0	1	0	4
S_1	0	2	1	0	0	12

Jadi, $x_1 = 2$ dan $x_2 = 6$ dengan Z = 36

2. Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 2x_2$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + x_2 \leq 2$
   - $3x_1 + 4x_2 \geq 12$
   - $x_1, x_2 \geq 0$

   Penyelesaian:

   Model big-M:

   Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 2x_2 - MA_1$

   Fungsi Pembatas:

   - $2x_1 + x_2 + S_1 = 2$
   - $3x_1 + 4x_2 - S_2 + A_1 = 12$
   - $x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

$A_1 = 12 - 3x_1 - 4x_2 + S_2$

$MA_1 = M(12 - 3x_1 - 4x_2 + S_2) = 12M - 3Mx_1 - 4Mx_2 + MS_2$

Fungsi Tujuan: Maks $Z \ = \ 3x_1 + 2x_2 - 12M + 3Mx_1 + 4Mx_2 - MS_2$

$= (3 + 3M)x_1 + (2 + 4M)x_2 + +MS_2 + 12M$

Tabel big- M

Variabe l Dasar	x_1	x_2	S_2	A_1	S_1	Solusi
Z	-3-3M	-2-4M	M	0	0	-12M
A_1	3	4	-1	1	0	12
S_1	2	1	0	0	1	2

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_2	A_1	S_1	Solusi	Indeks
Z	-3-3M	-2-4M	M	0	0	-12M	
A_1	3	4	-1	1	0	12	3
S_1	2	1	0	0	1	2	2

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

❖ Iterasi-1

Merubah nilai baris kunci:$[{}^{2}/_{1} \ ; \ {}^{1}/_{1} \ ; \ {}^{0}/_{1} ; \ {}^{0}/_{1} ; {}^{1}/_{1} ; \ {}^{2}/_{1}]$

= [2 1 0 0 1 2]

Variabe l Dasar	x_1	x_2	S_2	A_1	S_1	Solusi	Indeks
Z	-3-3M	-2-4M	M	0	0	-12M	
A_1	3	4	-1	1	0	12	3
x_2	2	1	0	0	1	2	2

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama : [-3-3M -2-4M M 0 0 -12M]

NBKB : (-2-4M) [2 1 0 0 1 2] (-)

Baris baru : [1+M 0 M 0 2+4M 4-4M]

<u>Baris A_1</u>

Baris lama : [3 4 -1 1 0 12]

NBKB : (4) [2 1 0 0 1 2] (-)

Baris baru : [-5 0 -1 1 -4 4]

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_2	A_1	S_1	Solusi
Z	1+M	0	M	0	2+M	4-4M
A_1	-5	0	-1	1	-4	4
x_2	2	1	0	0	1	2

Karena tidak ada lagi nilai negatif pada Z namun variabel buatan masih ada sehingga tabel tidak dapat diteruskan, program linear tidak mempunyai penyelesaian optimum.

3. Fungsi Tujuan: Minimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Fungsi Pembatas:

   - $x_1 \leq 4$
   - $2x_2 = 12$
   - $3x_1 + 2x_2 \geq 18$
   - $x_1,\ x_2 \geq 0$

Penyelesaian:

Model big-M:

Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2 + MA_1$

Fungsi Pembatas:

- $x_1 + S_1 = 4$
- $2x_2 + A_1 = 12$
- $3x_1 + 2x_2 - S_1 + A_2 = 18$
- $x_1, x_2, S_1,\ S_2 \geq 0$

$A_1 = 12 - 2x_2$

$MA_1 = M(12 - 2x_2) = M12 - M2x_2$

$A_2 = 18 - 3x_1 - 2x_2 + S_1$

$MA_2 = M(18 - 3x_1 - 2x_2) = 18M - 3Mx_1 - 2Mx_2 + MS_1$

Fungsi Tujuan:

Maks $Z \ = \ 3x_1 + 5x_2 - M12 - M2x_2 - 18M - 3Mx_1 - 2Mx_2 + MS_1$

$= (3 - 3M)x_1 + (5 - 4M)x_2 + MS_1 + 30M$

Tabel big-M

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi
Z	-3+3M	-5+4M	0	-M	0	0	30M
A_1	0	2	0	0	1	0	12
A_2	3	2	0	-1	0	1	18
S_1	1	0	1	0	0	0	4

❖ Iterasi awal (iterasi-0)

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi	Indeks
Z	-3+3M	-5+4M	0	-M	0	0	30M	
A_1	0	2	0	0	1	0	12	6
A_2	3	2	0	-1	0	1	18	9
S_1	1	0	1	0	0	0	4	

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

❖ Iterasi-1

Merubah nilai baris kunci: $[{}^{0}/_{2}\ ;\ {}^{2}/_{2}\ ;\ {}^{0}/_{2};\ {}^{0}/_{2};{}^{1}/_{2};\ {}^{0}/_{2};\ {}^{12}/_{2}]$

$= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad {}^{1}/_{2} \quad 0 \quad 6]$

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi
Z	-3+3M	-5+4M	0	-M	0	0	30M
x_2	0	1	0	0	${}^{1}/_{2}$	0	6
A_2	3	2	0	-1	0	1	18
S_1	1	0	1	0	0	0	4

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama: [-3+3M -5+4M 0 -M 0 0 30M]

NBKB : (-5+4M) [0 1 0 0 $^1/_2$ 0 6](-)

Baris baru: [-3+3M 0 0 -M $^5/_2 - 2M$ 0 30+6M]

<u>Baris A_2</u>

Baris lama : [3 2 0 -1 0 1 18]

NBKB : (2) [0 1 0 0 $^1/_2$ 0 6] (-)

Baris baru : [3 0 0 -1 -1 1 6]

<u>Baris S_1</u>

Baris lama : [1 0 1 0 0 0 4]

NBKB : (0) [0 1 0 0 $^1/_2$ 0 6] (-)

Baris baru : [1 0 1 0 0 0 4]

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi
Z	-3+3M	0	0	-M	$^5/_2 - 2M$	0	30+6M
x_2	0	1	0	0	$^1/_2$	0	6
A_2	3	0	0	-1	-1	1	6
S_1	1	0	1	0	0	0	4

❖ Iterasi- 2

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi	Indeks
Z	-3+3M	0	0	-M	$^5/_2 - 2M$	0	30+6M	
x_2	0	1	0	0	$^1/_2$	0	6	
A_2	3	0	0	-1	-1	1	6	2
S_1	1	0	1	0	0	0	4	4

Kotak hitam: angka kunci

Baris dan kolom biru: baris dan kolom kunci

Merubah nilai baris kunci: $[^3/_3\ ;\ ^0/_3\ ;\ ^0/_3;\ -^1/_3;\ ^1/_3;\ ^1/_3;\ ^6/_3]$

= [1 0 0 $-^1/_3$ $^1/_3$ $^1/_3$ 2]

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi
Z	-3+3M	0	0	-M	$^5/_2 - 2M$	0	30+6M
x_2	0	1	0	0	$^1/_2$	0	6

x_1	1	0	0	$-1/3$	$-1/3$	$1/3$	2
S_1	1	0	1	0	0	0	4

Merubah nilai baris yang lain:

<u>Baris Z</u>

Baris lama :		[-3+3M	0	0	-M	$5/2 - 2M$	0	30+6M]	
NBKB	: (-3+3M)	[1	0	0	$-1/3$	$1/3$	$1/3$	2]	(-)
Baris baru :		[0	0	0	-1	$3/2 - M$	1-M	36]	

<u>Baris x_2</u>

Baris lama :		[0	1	0	0	$1/2$	0	6]	
NBKB	: (0)	[1	0	0	$-1/3$	$1/3$	$1/3$	2]	(-)
Baris baru :		[0	1	0	0	$1/2$	0	6]	

<u>Baris S_1</u>

Baris lama :		[1	0	1	0	0	0	4]	
NBKB	: (1)	[1	0	0	$-1/3$	$1/3$	$1/3$	2]	(-)
Baris baru :		[0	0	1	$1/3$	$1/3$	$-1/3$	2]	

Variabel Dasar	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Solusi
Z	0	0	0	-1	$3/2 - M$	1-M	36
x_2	0	1	0	0	$1/2$	0	6
x_1	1	0	0	$-1/3$	$-1/3$	$1/3$	2
S_1	0	0	1	$1/3$	$1/3$	$-1/3$	4

Jadi, $x_1 = 2$ dan $x_2 = 6$ dengan $Z = 36$

C. Latihan Soal Bab IV

Selesaikan persoalan di bawah ini dengan menggunakan metode big- M!

1. Diketahui program linear:

   Tujuan: Miniumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Fungsi Pembatas:

   $2x_1 + 5x_2 \geq 9$

   $4x_1 + 2x_2 \geq 9$

   $x_1, x_2 \geq 0$

2. Diketahui program linear:

   Tujuan: Minimumkan $Z = 2x_1 + 3x_2$

   Fungsi Pembatas:

   $5x_1 + 7x_2 \geq 35$

   $4x_1 + 9x_2 \geq 36$

   $x_1, x_2 \geq 0$

3. Diketahui program linear:

   Tujuan: Miniumkan $Z = 10x_1 + 20x_2$

   Fungsi Pembatas:

   $2x_1 + x_2 \geq 30$

   $x_1 + 4x_2 \geq 64$

   $5x_1 + 6x_2 \geq 110$

   $x_1, x_2 \geq 0$

4. Diketahui program linear:

   Tujuan: Minimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

   Fungsi Pembatas:

   $2x_1 + 5x_2 \geq 9$

   $4x_1 + 2x_2 \geq 9$

   $x_1, x_2 \geq 0$

5. Diketahui program linear:

   Tujuan: Maksimumkan $Z = 25000x_1 + 50000x_2$

   Fungsi Pembatas:

   $2x_1 + 4x_2 \leq 72$

   $2x_1 + 3x_2 = 48$

$x_1,\ x_2 \geq 0$

6. Diketahui program linier:

   Fungsi tujuan: Maks. $Z = 3x_1 + 2x_2$

   Dengan kendala:

   $2x_1 + 5x_2 \leq 9$

   $4x_1 + 2x_2 \leq 9$

   $x_1, x_2 \geq 0$

7. Diketahui program linier:

   Fungsi tujuan: Maks. $Z = 2x_1 + 3x_2$

   Dengan kendala:

   $5x_1 + 7x_2 \leq 25$

   $4x_1 + 9x_2 \leq 36$

   $x_1, x_2 \geq 0$

8. Diketahui program linier:

   Fungsi tujuan: Maks. $Z = 10x + 20y$

   Dengan kendala:

   $2x + y \leq 30$

   $x + 4y \leq 64$

   $5x + 6y \leq 30$

   $x_1, x_2 \geq 0$

9. Diketahui program linier:

   Fungsi tujuan: Min. $Z = 4x_1 + x_2$

   Dengan kendala:

   $3x_1 + x_2 = 3$

   $4x_1 + 3x_2 \geq 6$

   $x_1 + 2x_2 \leq 4$

   $x_1, x_2 \geq 0$

10. Diketahui program linier:

    Fungsi tujuan: Min. $Z = 400x_1 + 200x_2$

    Dengan kendala:

    $x_1 + x_2 = 30$

    $2x_1 + 8x_2 \geq 80$

$$x_1 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

BAB IV
PENUTUP

A. Simpulan

Program linier (*linier programming*) merupakan pengembangan lebih lanjut dari konsep-konsep aljabar linier. Model ini dikembangkan oleh George B. Danzig pada tahun 1947. Pemprograman linier adalah metode matematik dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan seperti memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Program linier berkaitan dengan penjelasan suatu kasus dalam dunia nyata sebagai suatu model matematik yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linier dengan beberapa kendala linier. Penyelesaian masalah program linier terlebih dahulu dilakukan dengan cara mengubah persamaan ke model matematika (bentuk umum program linier). Adapun metode yang digunakan dalam penyelesaian model matematika tersebut diantaranya dengan metode grafik, metode simpleks, dan metode big-M.

Metode grafik adalah metode untuk menyelesaikan masalah program linier. Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana hanya terdapat dua variabel keputusan. Bila variabel yang terlibat dalam penyelesaian LP lebih dari dua, maka metode grafik tidak dapat dipergunakan lagi. Pencarian solusi dilakukan dengan cara menggambarkan grafik dari tiap fungsi kendala, kemudian dari grafik tersebut ditentukan daerah penyelesaian. Pada daerah penyelesaian ditentukan titik-titik pojok yang kemudian disubstitusikan ke fungsi tujuan sehingga diperoleh solusi yang paling optimal.

Metode simpleks merupakan metode yang bisa digunakan untuk menyelesaikan program linier dengan jumlah variabel keputusan yang sembarang (bila lebih dari 2 atau bahkan ribuan variabel keputusan). Metode simpleks merupakan metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan lainnya yang dilakukan berulang-ulang (iterasi) dengan jumlah ulangan yang terbatas, sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahaan dasar yang optimum. Pencarian solusi dilakukan dengan menambahkan variabel *slack* atau *surplus* pada fungsi, kemudian dari fungsi tersebut dibuat tabel, yang selanjutnya dilakukan pengerjaan dengan beberapa iterasi untuk mendapatkan hasil yang optimal.

Metode big-M adalah metode untuk menyelesaikan masalah program linier dengan dua variabel atau lebih, yang mana fungsi kendalanya terdiri atas beraneka ragam pertidaksamaan, pencarian solusi dilakukan dengan menambahkan variabel *slack, surplus* ataupun buatan, kemudian dari fungsi tersebuat dibuat tabel, yang selanjutnya sama seperti metode simpleks dalam proses iterasi untuk mendapatkan hasil yang optimal.

B. Saran

Penulis berharap buku program linier ini dapat menambah pengetahuan dan wawasan para pembaca mengenai program linier. Penulis menyarankan pembaca untuk menambah referensi bacaan agar lebih memantapkan pemahamannya mengenai materi yang dituliskan di buku ini.

DAFTAR PUSTAKA

Abdillah. 2013. *Program Linier*. Sulawesi Selatan: Dua Satu Press.

Hartama, Dedy dkk. 2020. *Riset Operator: Optimalisasi Produksi Menggunakan Metode Simpleks & Metode Grafik*. Medan: Yayasan Kita Menulis.

Masudin, Ilyas dkk. 2018. *Linear Programming Dengan R (Aplikasi Untuk Teknik Industri)*. Malang: UMM Press.

Meflinda, Astuti dan Mahyarni. 2011. *Operation Research (Riset Operasi)*. Pekanbaru: Unpri Press

Piananda, Didi. 2018. *Optimasi Perencanaan Produksi Pada Kombinasi Produk Dengan Metode Linear Programming*. Sukabumi: CV Jejak

Rafflesia, U. dan Widodo, F.H. 2014. *Pemrograman Linear*. Bengkulu: Badan Penerbitan Fakultas Pertanian UNIB

Rahmi dan Suryani, M. 2012. *Buku Ajar Program Linear*. Yogyakarta: Deepublish

Syahputra, Edi. 2016. *Program Linier*. Medan: Unimed Press

Syaifuddin, Dedy Takdir. 2011. *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management)*. Malang: CV Citra

Tiro, Muhammad Arif. 2004. Pengenalan Manajemen Sains. Makassar: Andira Fublihser